

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по физике

Свердловская область

2015-2016 учебный год

9 класс

Решение задач, рекомендации по проверке

Задача 1. Какой минимальный путь за время t может пройти тело, двигающееся с постоянным ускорением a ?

Решение. Легко сообразить, что путь будет минимальным при движении вдоль прямой линии. Чтобы доказать это, введем прямоугольную систему координат, и направим ось Ox вдоль $\vec{a}$. Тогда проекции скорости на координатные оси зависят от времени τ по следующим законам

$$v_x = v_{0x} + a\tau \text{ и } v_y = v_{0y} \text{ и } v_{0z} = v_{0z}$$

где v_{0x} , v_{0y} , v_{0z} – проекции скорости тела на соответствующие оси при $\tau = 0$. Если положить $v_{0y} = v_{0z} = 0$, то величина скорости в каждый момент времени τ будет меньше, чем она была при $v_{0y} \neq 0$ и $v_{0z} \neq 0$. Поэтому меньше будет и путь пройденный телом. Поэтому при решении задачи надо рассматривать движение тела только вдоль прямой параллельной оси Ox .

При таком движении возможны три случая отличающиеся по знакам проекции скорости за движения t , отметим, что $a_x = a > 0$ во всех случаях.

1 случай. $v_x(\tau) > 0$ при $0 \leq \tau \leq t$, т.е. тело все время двигалось в положительном направлении оси Ox . Тогда пройденный путь совпадает с перемещением и равен

$$s_1 = v_{0x}t + \frac{at^2}{2} \geq \frac{at^2}{2}. \quad (1)$$

2 случай. $v_x(\tau) < 0$ при $0 \leq \tau \leq t$, т.е. тело все время двигалось в противоположном направлении оси Ox . Тогда пройденный путь – это перемещение, взятое с обратным знаком. И он равен

$$s_2 = -\left(v_{0x}t + \frac{at^2}{2}\right) = -\left((v_{0x} + at)t - \frac{at^2}{2}\right) = -\left(v_x(t)t - \frac{at^2}{2}\right)$$
$$s_2 = |v_x(t)| \cdot t + \frac{at^2}{2} \geq \frac{at^2}{2} \quad (2)$$

3 случай. $v_x(\tau) < 0$ при $0 \leq \tau < t_0$, и $v_x(\tau) > 0$ при $t_0 < \tau \leq t$, т.е. $v_x(t_0) = 0$, что соответствует «точке поворота» или смене направления движения. В этом случае пройденный путь складывается из двух отрезков пути до и после поворота.

Первый отрезок пути может быть получен при рассмотрении 2-ого случая, при подстановке в ранее полученную формулу $t = t_0$

$$s_{31} = |v_x(t_0)| \cdot t_0 + \frac{at_0^2}{2} = \frac{at_0^2}{2}$$

На втором отрезке пути, после поворота

$$s_{32} = \frac{a(t - t_0)^2}{2}$$

Таким образом в 3-м случае пройденный путь равен

$$s_3 = s_{31} + s_{32} = \frac{at_0^2}{2} + \frac{a(t - t_0)^2}{2} = a \left(\frac{t_0^2}{2} + \frac{t^2}{2} - tt_0 + \frac{t_0^2}{2} \right) = a \left(t_0^2 - tt_0 + \frac{t^2}{4} + \frac{t^2}{4} \right)$$

$$s_3 = a \left(\left(t_0 - \frac{t}{2} \right)^2 + \frac{t^2}{4} \right) \geq \frac{at^2}{4} \quad (3)$$

Значит, минимальным будет путь, который тело проходит в 3-м случае. Причем точка поворота должна приходиться на середину промежутка времени t , т.е. $t_0 = \frac{t}{2}$, тогда получим

$$s_{min} = \frac{at^2}{4} \quad (4)$$

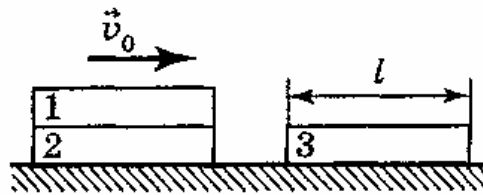
Ответ: $s_{min} = \frac{at^2}{4}$

Критерий оценивания

№	Содержание этапа решения	баллы
1	Дано объяснение, что необходимо рассматривать движение тела только вдоль прямой линии	2 балла
2	Найдено значение s_1 , получена формула (1)	2 балла
3	Найдено значение s_2 , получена формула (2)	2 балла
4	Найдено значение s_3 , получена формула (3)	2 балла
5	Найдено s_{min} , получена формула (4)	2 балла
	Итого	10 баллов

Задача 2. Доска 1 лежит на такой же доске 2. Обе они как целое скользят по гладкой ледяной поверхности со скоростью v_0 и сталкиваются с такой же доской 3, верхняя поверхность которой покрыта тонким слоем резины (рис.). При ударе доски 2 и 3 прочно сцепляются. Чему равна длина l каждой доски, если известно, что доска 1 прекратила движение относительно досок 2 и 3 из-за трения после того, как она полностью переместилась с 2 на 3? Все доски твердые. Коэффициент трения между

досками 1 и 3 равен μ . Трением между досками 1 и 2, а также трением досок 2 и 3 о лед можно пренебречь.



Решение.

Пусть m – масса каждой из досок, а v_1 – скорость системы после прекращения относительного движения досок. Запишем закон сохранения импульса:

$$2mv_0 = 3mv_1 \quad \text{тогда} \quad v_1 = \frac{2}{3} \cdot v_0 \quad (1)$$

и закон сохранения энергии

$$2m \cdot \frac{v_0^2}{2} = 3m \frac{v_1^2}{2} + Q + A_{тр} \quad (2)$$

где Q – количество теплоты, выделившейся при неупругом ударе досок 2 и 3, $A_{тр}$ – работа силы трения при движении доски 1 по доске 3.

Так как трение между досками 1 и 2 отсутствует, в течение процесса неупругого удара в системе брусков 2 и 3 можно применить законы сохранения импульса

$$mv_0 = 2mu \quad \text{тогда} \quad u = \frac{v_0}{2} \quad (3)$$

и закон сохранения энергии

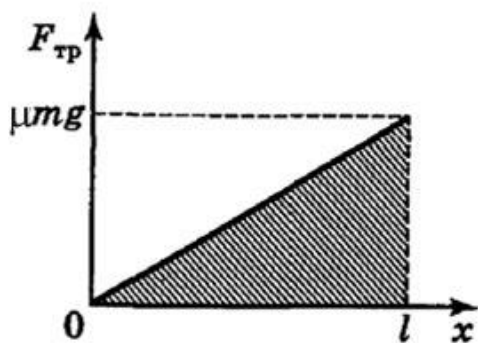
$$m \cdot \frac{v_0^2}{2} = 2m \frac{u^2}{2} + Q \quad (4)$$

Выразим выделившееся при ударе количество теплоты

$$Q = \frac{m}{2} \cdot \left(v_0^2 + 2 \cdot \frac{v_0^2}{4} \right) = \frac{mv_0^2}{4} \quad (5)$$

По мере того как доска 1 надвигается на доску 3, сила трения между этими досками возрастает по линейному закону от 0 до μmg (рис.).

Тогда работа силы трения численно равна площади заштрихованной части графика, т. е.



$$A = \frac{1}{2} \mu m g l \cdot (6).$$

Подставляя в (2) выражение выведенные значения для v_1 , Q , A_{mp} , получим

$$m \cdot v_0^2 = m \cdot v_0^2 \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{2} \mu m g l. \quad (7)$$

Тогда выразим искомую величину длины доски

$$l = \frac{v_0^2}{6 \mu g} \quad (8)$$

Ответ

Ответ $l = \frac{v_0^2}{6 \mu g}$

Критерий оценивания

№	Содержание этапа решения	баллы
1	Записан закон сохранения импульса, формула (1)	1 балла
2	Записан закон сохранения энергии, формула (2)	2 балл
3	Записан закон сохранения импульса, формула (3)	1 балл
4	Записан закон сохранения энергии, формула (4)	2 балл
5	Найдена работа силы трения, формула (6)	2 балла
6	Найдена длина доски, получена формула (8)	2 балл
	Итого	10 баллов

Задача 3. При разведении теплолюбивых рыб в аквариуме для поддержания необходимой температуры воды $t_T = 25^\circ C$ используется электрический нагреватель, мощность которого $P_0 = 100 \text{ Вт}$. Для хладолюбивых рыб температура воды в аквариуме должна быть $t_x = 12^\circ C$. Чтобы обеспечить низкотемпературный режим через погруженный в аквариум теплообменник (длинную медную трубку) пропускают водопроводную воду, температура которой $t_1 = 8^\circ C$, (эффективность теплообменника

столь высока, что вытекающая из трубки вода находится в тепловом равновесии с водой аквариума). Предполагая, что мощность теплообмена между аквариумом и окружающей средой пропорциональна разности температур между ними, определите минимальный расход воды ($k = \Delta m / \Delta \tau$) для поддержания заданного температурного режима. Комнатная температура $t_0 = 20^\circ\text{C}$. Теплоемкость воды $c = 4200 \text{ Дж/кг}\cdot\text{K}$. Как изменится ответ, если в аквариуме будут разводить рыб, предпочитающих температуру воды $t_{x2} = 16^\circ\text{C}$?

Решение 3.

В аквариуме с теплолюбивыми рыбами энергия, поступающая от нагревателя, в конечном счете, полностью передается окружающей среде. Условие теплового равновесия при этом имеет вид

$$P_0 = \alpha \cdot (t_T - t_0) \quad (1)$$

где α – коэффициент пропорциональности мощности теплообмена.

Для аквариума с хладолюбивыми рыбами уравнение теплового баланса имеет вид :

$$P_1 = \alpha \cdot (t_0 - t_x) \quad (2),$$

где P_1 – мощность, подводимая к воде аквариума из окружающего воздуха. Эта же мощность должна отводиться водопроводной водой:

$$P_1 \cdot \Delta \tau = c \cdot \Delta m \cdot (t_x - t_1), \quad (3)$$

откуда

$$\frac{\Delta m}{\Delta \tau} = \frac{P_1}{c \cdot (t_x - t_1)} \quad (4)$$

Поскольку

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{t_0 - t_x}{t_T - t_0} \quad (5)$$

получим

$$\left(\frac{\Delta m}{\Delta \tau} \right)_1 = \frac{P_1}{c \cdot (t_x - t_1)} \cdot \frac{t_0 - t_x}{t_T - t_0} \quad (6)$$

Найдем искомую величину расхода воды

$$\left(\frac{\Delta m}{\Delta \tau} \right)_1 = \frac{100 \cdot (20 - 12)}{4200 \cdot (12 - 8) \cdot (25 - 20)} = 9,5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{с}} = 9,5 \frac{\text{г}}{\text{с}} \quad (7)$$

Расход воды для аквариума с менее хладолюбивыми рыбами равен

$$\left(\frac{\Delta m}{\Delta \tau} \right)_2 = \frac{P_1}{c \cdot (t_{x2} - t_1)} \cdot \frac{t_0 - t_{x2}}{t_T - t_0} \quad (8)$$

$$\left(\frac{\Delta m}{\Delta \tau} \right)_2 = \frac{100 \cdot (20 - 16)}{4200 \cdot (16 - 8) \cdot (25 - 20)} = 2,4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{с}} = 2,4 \frac{\text{г}}{\text{с}} \quad (9)$$

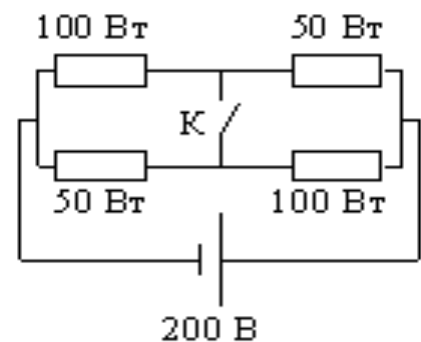
Как видим, разводить рыб, предпочитающих температуру в 16°C , в 4 раза экономичнее.

$$\text{Ответ: } \left(\frac{\Delta m}{\Delta \tau} \right)_1 = 9,5 \frac{\text{г}}{\text{с}} \text{ и } \left(\frac{\Delta m}{\Delta \tau} \right)_2 = 2,4 \frac{\text{г}}{\text{с}}$$

Критерий оценивания

№	Содержание этапа решения	баллы
1	Записано условие теплового равновесия для теплолюбивых рыб, формула (1)	2 балла
2	Записано условие теплового равновесия для хладолюбивых рыб, формула (2)	2 балл
3	Записана мощность, которая отводится водопроводной водой, формула (3)	2 балл
4	Найден расход воды для $t_x = 12^{\circ}C$, формулы (6) и (7)	2 балла
5	Найден расход воды для $t_{x2} = 16^{\circ}C$, формулы (8) и (9)	2 балл
	Итого	10 баллов

Задача 4. К источнику постоянного напряжения 200 В подключена схема из четырех резисторов, как показано на рисунке. На двух резисторах выделяется мощность 50 Вт, на других двух - 100 Вт. Найдите сопротивления резисторов и мощности, которые будут выделяться, если замкнуть ключ K .



Решение.

Поскольку до замыкания ключа сила тока через все резисторы одинакова (см. рис.1), то сопротивления резисторов, на которых выделяется одинаковая мощность, равны между собой. Обозначим мощности $P_1 = 100 \text{ Вт}$ и $P_2 = 50 \text{ Вт}$, а соответствующие им сопротивления через R_1 и R_2 .

Мощности, которые выделяются на резисторах на равны:

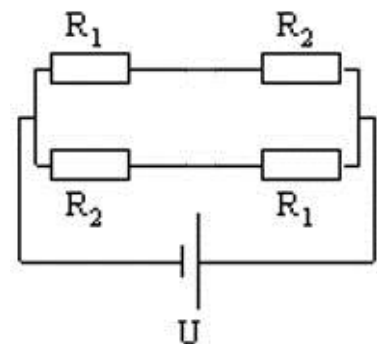


Рис.1

$$P_1 = I^2 R_1 \text{ и } P_2 = I^2 R_2 \quad (1)$$

$$\text{Напряжения на них: } U_1 = I R_1, U_2 = I R_2 \quad (2)$$

$$\text{При этом суммарное напряжение } U = 200 \text{ В равно: } U = U_1 + U_2. \quad (3)$$

Отсюда сила тока, протекающая через любой резистор равна

$$I = \frac{P_1 + P_2}{U} \quad I = \frac{100 + 50}{200} = 0,75 \text{ А} \quad (4)$$

Тогда найдем сопротивления резисторов

$$R_1 = \frac{P_1}{I^2} = \frac{P_1 U^2}{(P_1 + P_2)^2} = \frac{100 \cdot 200^2}{150^2} \approx 178 \text{ Ом} \quad (5)$$

$$R_2 = \frac{P_2}{I^2} = \frac{P_2 U^2}{(P_1 + P_2)^2} = \frac{50 \cdot 200^2}{150^2} \approx 89 \text{ Ом} \quad (6)$$

После замыкания ключа получим другую схему (см. рис.2), поэтому напряжения на всех резисторах одинаковы и равны $U/2$.

Выделяющиеся мощности:

$$P_1' = \frac{U^2}{4R_1} = \frac{(P_1 + P_2)^2}{4P_1} = 56,25 \text{ Вт} \quad (7)$$

$$P_2' = \frac{U^2}{4R_2} = \frac{(P_1 + P_2)^2}{4P_2} = 112,5 \text{ Вт} \quad (8)$$

Ответ: $R_1 = 178 \text{ Ом}$ и $R_2 = 89 \text{ Ом}$

$$P_1' = \frac{(P_1 + P_2)^2}{4P_1} = 56,25 \text{ Вт} \text{ и } P_2' = \frac{(P_1 + P_2)^2}{4P_2} = 112,5 \text{ Вт}.$$

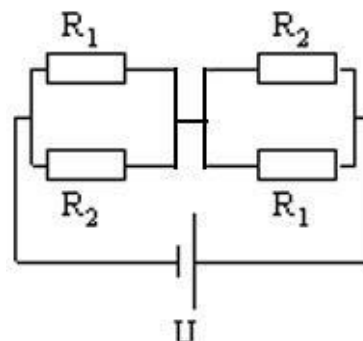


рис.2

Критерий оценивания

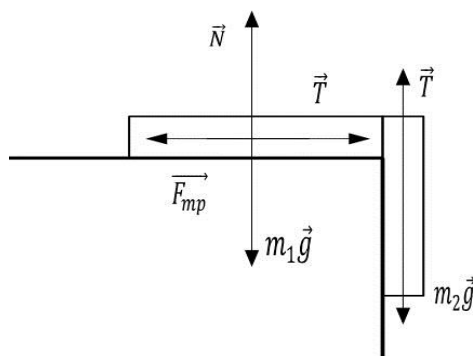
№	Содержание этапа решения	баллы
1	Представлена схема без ключа и сделан вывод о том, что сопротивления резисторов, на которых выделяется одинаковая мощность, равны между собой	2 балла
2	Найдена сила тока, формула (4)	1 балл
3	Найдено значение R_1 , получена формула (5)	1 балл
4	Найдено значение R_2 , получена формула (6)	1 балл
5	Представлена схема с замкнутым ключом и сделан вывод о том, что напряжения на всех резисторах одинаковы и равны $U/2$	2 балла
6	Найдено значение P_1' , получена формула (7)	1 балл
7	Найдено значение P_2' , получена формула (8)	1 балл
8	Записан ответ	1 балл
	Итого	10 баллов

Задача 5(экспериментальная). Определить коэффициент трения о стол бельевой веревки. *Оборудование.* Бельевая веревка (шнур) длиной около 20 см, линейка (30-40 см).

Решение

Гибкую бельевую веревку растяните на столе перпендикулярно краю стола. Измерьте длину веревки l .

Постепенно свешивайте часть веревки со стола до тех пор, пока веревка не начнет скользить. Измерьте длину свешенной части x в момент начала скольжения.



На лежащую на столе часть веревки действуют сила тяжести, сила трения, сила натяжения и сила реакции опоры, и справедливо выражение

$$m_1 \vec{g} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F}_{mp} = \vec{0} \quad (1)$$

На свешивающуюся часть веревки действуют сила тяжести и сила натяжения и справедливо выражение

$$m_2 \vec{g} + \vec{T} = \vec{0} \quad (2)$$

Спроецируем полученные выражения на оси Ox и Oy

$$Ox: T - F_{mp} = 0 \quad \text{и} \quad Oy: N - m_1 g = 0 \quad \text{и} \quad Oy: T - m_2 g = 0$$

Решим полученную систему уравнений

$$T = F_{mp} = \mu N = \mu m_1 g = m_2 g \quad (3)$$

Выразим коэффициент трения

$$\mu = \frac{m_2 g}{m_1 g} = \frac{\rho S x}{\rho S (l-x)} \quad (4)$$

Так как шнур (веревка) имеют везде одинаковую плотность ρ и толщину (площадь поперечного сечения S), после преобразований получаем расчетную формулу:

$$\mu = \frac{x}{l-x} \quad (5)$$

Критерий оценивания

№	Содержание этапа решения	баллы
1	Измерена длина веревки l	1 балл
2	Указано, что необходимо постепенно свешивать с края стола часть веревки до тех пор, пока веревка не начнет скользить.	2 балла
3	Измерена длина свешенной части веревки x в момент начала скольжения	1 балл

4	Записаны законы Ньютона для лежащей на столе и свешивающейся части веревки, формулы (1) и (2).	2 балла
5	Выведена расчетная формула для μ , формула (5)	2 балла
6	Рассчитан коэффициент трения	1 балл
	Итого	10 баллов